1. 幻方：基本定義

A – 數字幻方

1.01 **元素** – 每一個*n 階幻方*均含有 *n 行*及 *n 列*，共 $n \times n$ 個的小方格，稱為*元素*。*元素*內可以填入**數字**、**字母**、**字詞**、**幾何圖形**或**物件**。

1.02 **封閉幻方線** – *幻方*中按*元素*的數字大小順序連接後且連回最小值的封閉曲線。對於*普通幻方*(由克勞德·布拉格頓命名)來說，即連接 $1, 2, 3, \cdots, n^2, 1$ 的曲線，在*幻方線*間的不同區塊填上不同的顏色，會出現一些有趣的圖案，稱為**序列模型**(Sequence Patterns, 由吉姆・莫蘭命名)。

1.03 **列** – *幻方*中垂直的*元素*的集合，每一 *n 階幻方*均有 *n 列*。

1.04 **互補對**或**互補數** – 一對的*元素*或數字且其和等於*幻方*中數列的首項及尾項之和，在*普通幻方*中，其和為 $1+n^2$。

1.05 **對角線**

1.05.1 **彎曲對角線** – 含有與 *n 階幻方*相同數目*元素 n* 且有以下特質的對角線：
- 由*幻方*任意邊上的*元素*起始，延伸至對邊的*元素*後結束；
- 由兩段互相垂直並呈 V 型的對稱線段組成，當為*偶數階幻方*時，兩線交點處於*幻方*的圖形中心，當為*基數階幻方*時，交點則處於中心*元素*的中央位置。

每一*幻方*都含有 4 × n 條*彎曲對角線*：
- *偶數階：連續*的有 *2(n+2)條*，*卷繞*後的有 $2(n-2)$ 條；
- *基數階：連續*的有 *2(n+1)條*，*卷繞*後的有 $2(n-1)$ 條。

*彎曲對角線*上*元素*的和均等於*幻和 S* 是**富蘭克林幻方**的主要特性之一。

1.05.2 **斷對角線** – 指平行於*主對角線*的兩條*短對角線*，且分佈於主對角線的兩側。當兩者連接起來時，其線上的*元素*個數與*行*、*列*上的個數相同，均為 *n* 個。
*斷對角線*為*泛幻方*的主要性質，其線上*元素*的和等於*幻和 S*。

1.05.3 **主對角線** – 每一個*幻方*皆有兩條*主對角線*，稱為**左對角線**(**首對角線**)及**右對角線**，每條對角線連接*幻方*的對角，且含有 n 個***元素***。

1.05.4 **短對角線對** – 指分佈在*主對角線*兩側、互相平行且含有相同*元素*數目的兩條*短對角線*。

1.05.5 **泛對角線** – 指所有的對角線種類，包括*主對角線*及*斷對角線*。

1.05.6 **短對角線** – 與對角線平行且將*幻方*劃分為兩塊的線段，*短對角線*上的*元素*介乎於 1 至 n–1 個。

1.05.7 **卷繞對角線** – 使用卷繞方式得出的*彎曲對角線*。

1.06 **幻和(又稱幻方數、幻方常數)** – *幻方*中每一*行*、*列*和*主對角線*上*元素*的和均為常數，稱為*幻和*，對於一般 *n 階幻方*，其*幻和* $S=n(n^2+1)/2$。

1.07 **一般 n 階幻方(又稱純幻方、傳統幻方)** – 指其*元素*為 1 至 n^2 連續數的*幻方*。

1.08 **n 階** – *幻方*的*階數*共分四種：

1.08.1 **偶數階** – *n* 為偶數時，例如 *n* = 2, 4, 6, 8,…；
1.08.2 **基數階** – *n* 為基數時，例如 *n* = 3, 5, 7,…；
1.08.3 **雙偶數階** – 當 *n* 為 4 的倍數時，例如 *n* = 4, 8, 12,…；
1.08.4 **單偶數階**或**基偶數階** – 當 *n* 為偶數且不能被 4 整除時，例如 *n* = 6, 10, 14,…。

1.09 **行** – *幻方*中水平的*元素*的集合，每一 *n 階幻方*均有 *n 行*。

1.10 **n 階幻方** – 指具有 *n 行*、*n 列*及 n^2 *個元素*的*幻方*。

1.11 **對稱對**或**對稱元素** – 在*幻方*上呈中心對稱的每對*元素*。

1.12 **卷繞** – 將*幻方*的對邊邊緣連接起來(例如左及右、上及下)形成一個圓柱狀的連續面。

B – 字母/綴詞幻方

1.13 **回文** – 指一組數字、文字或短語，不論從任何方向讀起(例如由左至右或由右至左)均得出相同的結果。然而在中文的回文例子，如*蘇蕙*的*璇璣圖*中，雖然不同方向讀法和意義並不相同，但每一讀法均具有意思。

C – 幾何幻方

1.14 **幾何幻方** – 指由 n^2個*元素*組成的*陣列*，且各*元素*為不同的**幾何形狀**(通常為平面)，使得當中每一*行*、*列*或*對角線*上的*元素*合成後可合成同一個**較大的幾何形狀**，稱為*目標形狀*。*幾何幻方*的**維度**是指其*目標形狀*的維度。

1.15 **目標形狀** – 指當合成*幾何幻方*中每一*行*、*列*或*主對角線*上的幾何形狀後，所得出另一*較大且不變的幾何形狀*。*元素*的幾何形狀通常為平面，立體的*元素*則相對地可合成立體的*目標形狀*。一維的*幾何形狀*廣義上即為長短不一的線段，其長度代表著一個數字，其*目標形狀*則為另一較長的線段，總長度相等於每一*行*、*列*或*對角線*上的*元素*數字的總和，即為我們一般常見的*幻方*。由此可見，**數字幻方實質上為幾何幻方的一種特殊例子**。

2. 幻方：基本分類

*幻方*可以根據其不同的特性來作分類。

根據*幻方*中填寫的*數字*、*字母*、*字詞*或*幾何形狀*，我們可以把他們分別歸類為**數字幻方**、**字母幻方**、**綴詞幻方**及**幾何幻方**(由李‧薩羅斯命名)。

另一種常見的分類法則是將其劃分為三個類別，分別是*簡單幻方*、*關連幻方*和*泛對角線幻方*。如在這些類別中經過添加或刪減一些特性，我們可以再增加以下三種類別，分別是*半幻方*、*半泛對角線幻方*和*最完美幻方*。

當*幻方*具有一些獨特的特性時，通常會依據其特性或發現者的名字作命名，例如：Bimagic, Bordered 或 Concentric, Alfamagic, Latino, Domino, IXOHOXI, Prime, Serrated,等。

我們根據 *n* 階*普通幻方*的複雜性，在下文由簡到繁解說及定義上述六個*幻方*類別。

2.01 **半幻方** – 由 n^2*個元素（n 行 × n 列）*組成，當中每*列*和每*行*之和均等於*幻和 S*，但其中一條或全部*主對角線*之和不等於 *S*。正因為只符合一半*幻方*的定義，所以這種*幻方*被稱為*半幻方*。

2.02 **n 階簡單**、**普通**、**數字幻方**或**幻方** – 由 n^2*個元素（n 行 × n 列）*組成，當中填滿數字。而每*行*、每*列*和*主對角線*的和都具有相同的數值 *S*，稱為*幻和*。
上述條件是一個*幻方*能夠成立的最低必要條件。

2.03 **關連幻方**、**規則幻方**或**對稱幻方** – 除了*普通幻方*的特性外，*幻方*中所有*對稱對*的總和均等於*幻方*中的首數和尾數之和，即 $1+n^2$。
而*奇數階關連幻方*中的*中心元素*總是等於組成該*幻方*數列的中間數，即（$1+n^2$）/2。

此外，*單偶數階的關連幻方*已被證明並不存在。

2.04 **半泛對角線幻方**、**半惡魔(Semi-Diabolic)幻方**或**半納斯克(Semi-Nasik)幻方** – 指具有以下特性的*幻方*：

偶數階

・*短對角線對*合共 *n* 個*元素*數值之和等於*幻和 S*。

奇數階

・*短對角線對*合共 *n-1* 個*元素*之數值與*幻方中心元素*之和等於*幻和 S*；

・*短對角線對*合共 *n+1* 個*元素*之數值與*幻方中心元素*之差等於*幻和 S*。

對於任意 *n 階幻方*，其*幻和 S* 是由*行*、*列*和*泛對角線*中 *n* 個*元素*相加而成；因此，如在利用*短對角線對*求出*幻和的過程中，短對角線對*是由 *n+1* 或 *n-1* 個*元素*組成，則必需再加或減去*幻方中心元素*以使*元素*之數量維持在 *n* 個。

2.05 **泛對角線幻方**、**惡魔(Diabolic)幻方**、**納斯克(Nasik)幻方**或**連續(Continuous)幻方** – *幻方*中每對*斷對角線對(Broken Diagonal Pair)*之和等於*幻和 S*。*泛對角線幻方*被普遍認為是*幻方*分類中最複雜的一種；

另外，*單偶數階的泛對角線幻方*並不存在。

2.06 **最完美幻方** – *最完美幻方*除必須為*雙偶數階泛對角線幻方*外，還需符合以下兩個特性：

1. 在*幻方*中取任意的 *2 階方陣*（*2 × 2 之元素格，包含卷繞*）其總和必須等於 $2(1+n^2)$；

2. 在沿*主對角線*或*斷對角線*中任意兩個分隔 n/2 的*元素格*（*互補對*）之和均為 $1+n^2$。

另外，所有 *4 階的泛對角線幻方*均為*最完美幻方*；然而，從 *n*>4 開始，*泛對角線幻方*和*最完美幻方*的比例會隨 n 的增加而減少。

3. 發行郵品：小型張、小版張、首日封與郵票

3.1 小型張 B152 (1/1)：洛書幻方

在中華文明歷史發展中，時常會出現以神話人物作為故事主角的神話、傳說或民間故事。當中以半人半神的**伏羲**、**神農**及**黃帝**（合稱為**三皇**）最為人所熟悉。其次是「**三官大帝**」：**堯**、**舜**及夏朝的開國君主**大禹**。傳說*大禹*曾經為控制洪水而付出龐大的努力。

在這些神話人物中，*伏羲*和*大禹*曾經遇過「**龍馬**」與「**神龜**」這兩頭不同的神獸，在牠們的背上均有不同的**點狀圖案**。

相傳*伏羲*教導他的子民結網捕魚，打獵畜牧。有一天他在**黃河**的河畔發現一頭*龍馬*由水中冒出，背上有一片由 5 **組**合共 55 **點**組成的特別圖案。在龍馬沉回水中前，留下了 8 **組**不同的腳印。*伏羲*依據這些圖案，分別創造了被後世稱為「**河圖**」及「**八卦**」的*圖案*。*「八卦」*後經周朝**文王**的改編，演變出今天為人所熟悉的**易經 64 卦**。

相傳*大禹*在疏導河川治水時，在*黃河*的其中一條支流-**洛水**遇到一頭「*神龜*」。*「神龜」*從河中冒出，背殼上刻有一幅**四邊形的圖**，圖中再分成 9 個小的四邊形，每個四邊形上都有一連串的點，正好代表 1~9 的數字，而且無論以**行**、**列**或**對角線**排列，這些點相加後的數目都會剛好是 **15 點**。這幅*四邊形的圖*即為聞名於世的「**洛書**」，民間亦稱為「**九宮圖**」。

「*河圖*」與「*洛書*」作為中國傳統文化的基石，大大影響了後世宗教、社會、政治、哲學、數學、醫學及工程等領域的發展。

3.2 小版張

*小版張*的構想是根據郵票的面值（1 到 9 澳門幣）作排列，使之剛好對應於「*洛書幻方*」中數字 1 到 9 的排列配置。

這次共發行了 6 枚郵票，作為對應前兩*行*，而對應第三*行*的 3 枚郵票將在未來發行。

在本發行的內容與*小版張*設計上，澳門郵政除了繼續秉持宣揚與促進科學知識的任務外，更希望呈現給廣大集郵及*幻方*愛好者一件從未出現、獨一無二的作品。

除此之外，在這次印製的*小版張*中尚有以下特徵：

- 郵票根據其**面值**為**奇數**或**偶數**而使用了**不同的顏色**（**黑色**或**紅色**），一般情況下只會使用單一種顏色。

- 在整套郵票的邊緣填滿了 **12 種杜德尼模型**(Dudeney Patterns)，該模型概括了全部 880 **個** *4 階自然數幻方*的形式和出現的頻率。

3.3 首日封：約翰•亨德里克斯的內嵌幻方

內嵌幻方是指一種在*幻方*內包含著其他**更低階次幻方**的類型。*內嵌幻方*本身亦可內嵌著其他*內嵌幻方*。（*內嵌幻方*與**鑲邊幻方**不同的是，*內嵌幻方*中的元素可以由數列上的任何數字所組成，最大與最小的數字是混合在整個*幻方*中，而不像*鑲邊幻方*中最大與最小的數字必須放置在外部邊框。）

在**本首日封**中展示了一個**9階的內嵌幻方**，其中內嵌著三個分別為 *7*、*5* 及 *3 階的幻方*。當中 *3 階幻方*的放置方式為旋轉了 45 度，因此亦被稱為**鑽石型內嵌幻方**。而這個 *9 階內嵌幻方*分別由 1 至 81 的數字組成，因此它是一個**純幻方**，它與其*內嵌的較低階次幻方*的**幻和**分別為：$S_9=369$，$S_7=287$，$S_5=205$ 及 $S_3=123$。

3.4 郵票 S172 (6/1)：杜勒-憂鬱

阿爾布雷希特·杜勒，於 1471 年在德國紐倫堡出生於一個金匠家庭。他是著名的油畫家、版畫家、雕塑家、數學家及藝術理論家。年青時代的杜勒跟隨瓦格莫特(M. Wolgemut)學習繪畫和木刻，在學習生涯中結識了不少著名的藝術家，包括雕刻家 Schongauer 兄弟、金匠 Caspar 和 Paul、畫家 Ludwig 和雕塑家 Nikolaus Gerhaert。

由於紐倫堡距離意大利威尼斯並不遠，因此杜勒曾兩次前往意大利遊學進修，研究學習先進的技巧和新的藝術表現方式。藉著他建立的良好聲譽與強大的影響力，使他被提名為當時的皇帝馬克西米連一世的宮廷畫師，並被普遍視為北方文藝復興時期最偉大的藝術家。

在第二次返回到紐倫堡後，他創造了一些著名的藝術作品，包括：油畫**《亞當和夏娃》**[Adam and Eve](1507)、**《成千上萬殉教者》**[The Martyrdom of the Ten Thousand](1508)、**《聖母子與鳶尾花》**[The Virgin with the Iris](1508)、木版畫**《啟示錄》系列**[The First Apocalypses series](1498)、**《基督殉難》**[The Great Passion](1511)、**《聖母生平》**[The Life of the Virgin](1511)、**《啟示錄》系列二**[The Second Apocalypses series](1511)，以及著名的三幅「**名刻**」(Meisterstiche)：**《騎士，死神與魔鬼》**[The Knight, The Death and The Devil](1513)、**《聖傑諾米在房間裡》**[Saint Jerome In His Study](1514) 和**《憂鬱》**[Melencolia I](1514)。

*《憂鬱》*是一幅銅版畫，在畫中右上角大鐘的正下方，出現了一個*雙偶數階普通關聯幻方(Doubly-Order, Normal Associated Magic Square)*，這個*幻方*具有一些特別的數學特性：

- *幻方*最底行中間兩個元素剛好是銅板畫的製作年份－1514。
- *幻方*的*幻和為* $S=4(4^2+1)/2=34$。除了*行*、*列*和*主對角線*外，S 也有可能以下列不同的方式獲得：
  - 四個 2×2 的象限，例如：16+3+5+10=34；
  - 中央的 2×2 方格，例如：10+11+6+7=34；
  - 四個 3×3 的方格的四角，例如：16+2+9+7=34；
  - 中央 4×2 和 2×4 矩形的四角，例如：3+2+15+14=34 和 5+8+9+12=34；
  - 對角線上 2×3 矩形的四角，例如：2+8+15+9=34 和 5+3+12+14=34；
  - 兩個傾斜的正方形，例如：8+14+9+3=34 和 2+12+15+5=34；
  - 拉丁十字架形狀，例如：3+5+15+11=34 和 2+10+14+8=34；
  - 倒十字形狀(聖彼得十字)，例如：3+9+15+7=34 和 2+6+14+12=34；

- 任何兩組位置以*幻方*中心對稱的方格之和均為 17。

3.5 郵票 S172 (6/2)：**拉盧貝爾方法**或**暹羅法**

我們可以根據*幻方*的*類別*和*階次*，利用不同的方法來建構這些*幻方*。然而，這些普通方法並不一定適用於某一類別中所有*階次*的*幻方*，例如一些 3 階或 4 階通常是以特例的方式作處理。歷史上曾出現不同的方法用來建構*幻方*，包括：De la Loubère 或 Siamese – Bachet de Méziriac – Philippe de la Hire – John Lee Fults – Ralph Strachey – Stairstep – Diagonal – Knight's Move – Lozenge（John Conway） – Dürer 等。

其中***拉盧貝爾方法***是由一位法國數學家西蒙·德拉盧貝爾於 1693 所創，由於當時他是法國駐暹羅大使，所以這方法也被稱為*暹羅法*。由於此法操作十分簡易，因此常被用來建構*奇數階幻方*。

此方法的主要特點是把數字按次序由小至大、由下至上、由左至右以*對角線*形式填滿。

讓我們來看看它是如何操作的：

1. 首先在首*行*的中央*元素格*中填上數字 1；
2. 當到達*幻方*的頂部時，移至右列位於最底部的*元素格*，並繼續以*對角線*的方式向上順序填上數字；
3. 當到達*幻方*的最右側時，移動到上一*行*最左邊的*元素格*，並繼續以*對角線*方式順序填上數字；
4. 當需要填的*元素格*已有數字時，向下移動一個*元素格*，並繼續以*對角線*方式順序填上數字；
5. 如果你已經到了右上角，則向下移動一個*元素格*，並以(3)的方式繼續進行。

在這個郵票中，在*元素格*上的線顯示如何利用以上第 1 至 5 的步驟來填滿所有*元素格*。

3.6 郵票 S172 (6/3)：SATOR **回文**

SATOR **方陣**或 ROTAS **方陣**是*綴詞幻方*，是由五個字詞組成的*拉丁文回文* – SATOR, AREPO, TENET, OPERA, ROTAS – 他們分別可以向左、向右、向上或向下的方式閱讀。

現存最古老的 *SATOR 方陣*碑文位於龐貝古城，一座於公元 79 年被維蘇威火山爆發的熔岩和灰燼所摧毀的廢墟。較近代的 *SATOR 方陣*則於科里尼翁（今英國）和杜拉-普斯（今敘利亞）被發現。而在 Conimbriga 的博物館（今葡萄牙科英布拉附近)亦收藏著另一個 *SATOR 方陣*。

*SATOR 方陣*的正確翻譯及其含義直到目前仍處於爭議和猜測中。如果單單以字詞作直接翻譯，則會得出如下的意義：

Sator – 播種者、耕種者、創始人、始源、發源；
Arepo – 沒有一個明確的含義，可能是一個名稱(Arepo)；
Tenet – 保持、保管、擁有、掌握；
Opera – 工作、關心、幫助、努力、服務；
Rotas – 輪、旋轉。

如作為一組句子，則可以造出數十種不同的翻譯，舉例如下：

- 播種人 Arepo 用力持有著車輪（The sower Arepo holds the wheels with effort）；
- 農夫 Arepo 讓世界不停進步（The farmer Arepo keeps the world rolling）；
- 農夫 Arepo 使工作不致停頓（Arepo the farmer holds the works in motion）；
- 造物主掌控著他的領域（The Creator/Saviour holds the working of the spheres in his hands）。

一些研究學者還推測，如果適當重排這五個字詞，則可以變成一個希臘十字架，無論以水平或垂直讀取都可得出 PATERNOSTER，而餘下的字母 A 和 O 則可以分別放於四個象限內。根據翻譯，這意味著「**我們的父親，我們的父親**」，而字母 *A* 和 *O* 分別代表**亞爾發**(Alpha)和**歐米茄**(Omega)，在聖經的《啟示錄》中代表著**開始**與**結束**。*(I am Alpha and Omega, the beginning and the end, the first and the last. Revelation 22:13)*。這更可以延伸推測，*SATOR 方陣*或許是早期基督徒用來辨別並表明信仰，但同時又能避免受到逼害的安全和隱蔽的通訊方式。

3.7 郵票 S172 (6/4)：富蘭克林 – 彎曲對角線

本傑明·富蘭克林於 1706 年 1 月 17 日在馬薩諸塞州的波士頓出生。他是美國其中一位最有影響力的「**開國元勳**」，由於他對爭取美國獨立的重大貢獻，因此他亦有「**第一美國人**」的稱號。

富蘭克林多才多藝，在早期曾經當過印刷工人。隨著年齡的增長，他成為了**博學家**、**作家**、**政治家**、**科學家**、**發明家**、**音樂家**、**社會活動家**、**郵政局局長**、**國會議員**及**外交使節**。

作為美國獨立後的第一任*郵政局局長*，他建立了一套郵政系統，這套郵政系統到今天仍是美國郵政系統的基礎。

作為一位*作家*，他著名的**《窮理查年鑒》**在當時非常流行，一些書中格言到今天仍不停地被引用。

作為一位*發明家*和*科學家*，他有著非常多的發明，包括：**雙焦點眼鏡**、**避雷針**、**彈性導尿**

管、玻璃口琴等，他亦發表了關於人口統計、大西洋洋流、電力、氣象學及製冷原理等研究理論。

作為一個具堅強性格和清晰道德價值觀的人，在年輕時他就訂立了 **13 項美德：節制、沉默、秩序、決心、節儉、勤勞、真誠、正義、溫和、清潔、平靜、純潔**和**謙遜**作為自己的生活指導，這些美德富蘭克林均能一直遵從。

除了以上種種成就，富蘭克林亦在*幻方*的領域中留下了他的大名。以他名字命名的「富蘭克林*幻方*」，除主對角線外，*行*和*列*之和均為常數，換句話說，它是一種*半幻方(Semi Magic Square)*。然而，「富蘭克林*幻方*」擁有其他更特別的特性，例如以*連續*或*卷繞*方式的彎曲對角線上的總和均為 260。

在這個郵票中，你可找到數條以不同顏色標示、包括**卷繞對角線**在內的**向上行彎曲對角線**。

3.8 郵票 S172 (6/5)：蘇蕙 – 璇璣圖 – 回文

蘇蕙(公元 351-？年)，**十六國前秦時期**的女詩人。丈夫**竇滔**為秦州刺史，後來被派去保衛北部邊防。但是好景不常，與蘇蕙分離後的竇滔娶妾。為了抒發不快，並希望丈夫回到身邊，她創作了這首**回文詩**，並編織成 29 *行* ×29 *列*、共 **841 字**的*璇璣圖*，正、反、縱、橫、斜讀均可，合共有不少於 **2848 種不同的讀法**。*竇滔*讀後感其妙絕，悔恨交加，終於離開小妾回到*蘇蕙*身邊，自此夫妻愈加敬愛。

郵票中節錄了 29 *行* × 29 *列*的*璇璣圖*中央的 15 *行* × 15 *列*的方陣部分。詩中有多種不同的讀法，為了便於解讀，現把詩圖劃分成不同區塊，包括：

- **內紅環**，中央**紅色方陣**(3×3)（不包括中間的「**心**」字，「心」字為後人所加)；
- 圍繞中央*紅色方陣*的**黑環**；
- **外紅環**內四角的**黑色方陣**(4×4)；
- *黑色方陣*間的四個**藍色矩陣**(5×4)；
- **外紅環**；
- **對角線**。

解讀方法參考**《四庫全書》**及**李蔚**所著的**《詩苑珍品：璇璣圖》**。

1. **內紅環**，共八字。
   從下行中間「**詩**」字開始，逆讀得四言前二句：「詩圖璣璇，始平蘇氏。」再從左行中間「**蘇**」字開始，逆讀再得四言後二句：「蘇氏詩圖，璣璇始平。」
   最後，得一疊字四言詩「詩圖璣璇，始平蘇氏。蘇氏詩圖，璣璇始平。」意思是：「這篇《璇璣詩圖》，為始平縣蘇氏所作。是璇璣回文詩組造的起始。」

2. **黑環**，共十六字。

自右下角「**怨義**」起，順讀，四言一句，得四言詩：「怨義興理，辭麗作比，端無終始，詩情明顯。」意思是：「表達我在道義上的不滿，陳述我的道理，我用美麗的詞句編就了這段詩錦。當然，對於你，我始終是眷戀的，這從詩所包含的深情中，你是能夠明白看出的。」

自左上角「**端無**」起，順讀，五言一句，每句末一字為下句首字，疊讀，得五言詩：「端無終始詩，詩情明顯怨，怨義興理辭，辭麗作比端。」意思是：「我用這詩來表達我對你的始終眷戀之情，詩中也明顯地包含着埋怨的情緒。我要申述的道理和我在道義上的不滿一齊呈現在文辭中，而正是出於眷戀，我才以美麗的言辭寫就了這篇詩。」

而分別自四角起，以四言或五言順讀、逆讀皆可成詩，共得詩 24 首。

3. **四角的黑色方陣**(4×4)

每個方陣 16 字。自右上角「**思感**」起頭讀(蛇行讀)，四言一句，得四言詩：「思感自寧，孜孜傷情。時在君側，夢想勞形。」意思是：「思念你，感嘆往事，我神志不寧，孜孜傷情。我不時地藉枕而思，倚屏而望，我追想着你，形容憔悴。」

分別自四角起，蛇行讀、從外蛇行讀入、纏繞讀和橫讀，逐字逐句順讀逆讀皆可成詩。4 個方陣讀法相同，共得四言詩 176 首。

4. *黑色方陣*間的**四個藍色矩陣**(5×4)

每個矩陣 20 字。以右邊矩陣為例，自右上角「**寒歲**」起頭讀(蛇行讀)，五言一句，得五言詩：「寒歲識凋松，始終知物貞。顏喪改華容，士行別賢仁。」意思是：「嚴寒到來，萬物凋謝，獨有松柏依然挺拔，從它們的始終不變中，可知其生性之堅貞。我的美麗的容顏正在改變，已經漸次衰老，自從賢仁士－你別我遠行之後，只是這堅貞的愛，仍如初衷。」

分別自四角起，蛇行讀、從外蛇行讀入、纏繞讀、直讀，逐字逐句順讀逆讀皆可成詩，共得五言詩 176 首。

5. **外紅環**，共五十六字。

56 字組成的紅環，四角和四邊的正中共安排有 8 個**協韻字**：欽、林、麟、身、溁、沈、神、殷。

例如，自右上角協韻字「**欽**」起，順讀，七言一句，至左下角「**沙**」字，得七言詩：「欽岑幽巖峻嵯峨，溁淵重涯經網羅。林陽潛曜翳英華，沈浮異逝頹流沙。」意思是：「巖岸深僻、彎曲，高山峻嶺嵯峨綿延，潭深水復，如同羅網，令人望而生畏。我的心情抑

鬱，有如林中陽光被遮，花草的美麗隱而不顯，而寫給你的書信又如魚沉流沙，難以到達。」

分別自各*協韻字*起，逐字（或退一字）逐句、間一句、間二句順讀逆讀，兩邊或上下分讀皆可成詩，共得七言詩 96 首。

6. **對角線**，兩條對角線上各有二十九字。
   織錦上有兩條*主對角線*。自右上角退一字「**嗟**」起斜讀，七言一句，至左下角，得七言詩：「嗟中君容曜多欽，思傷君夢詩璇心。氏辭懷感戚知麟，神輕粲散哀春親。」意思是「嗟嘆掛念你，臉上的光彩都變得少了，非常思念你，只能在夢中見到你，所以把對你的掛念寫成詩。我寫的詩辭滿紙都是懷念你的詩句，即使春天到了，但我的精神散渙柔弱，感到哀傷。」分別自各角(或角退一字）斜讀皆可成詩。共得七言詩 96 首。

   蘇蕙把*協韻字*巧妙地安排在《璇璣圖》中，由於安排恰當，使得《璇璣圖》無論怎麼讀，都可成詩。

3.9 郵票 S172 (6/6)：李・薩羅斯 – 泛幻方 3x3

李·薩羅斯於 1944 年在英國出生。孩童時期的*薩羅斯*已經對短波收音機產生了濃厚的興趣，成年後在電子公司中的各個部門從事技術員的工作。1970 年移居到荷蘭的奈梅亨，在那裡他作為一名電子工程師受僱於奈梅亨大學，一直至到 2009 年退休。

除了電子工程外，他對於「趣味數學」這門數學的分支也有深刻的興趣與研究。作為一位*「幻方理論」*的專家，他對這個主題貢獻了數個不同的理論，當中最著名的是*「字母幻方」（Alphamagic Square）*和*「幾何幻方」（Geomagic Square）*。**薩羅斯的埃爾德什數（Erdős number）為 2**。

薩羅斯對於**愛德華·盧卡斯（Édouard Lucas）**創造出來用於解構每一個 3x3 *幻方*（當中包含*洛書*）特徵的公式非常感到興趣，他更推測在這個公式背後可能隱藏著一些更有趣的東西。

這個猜測在 1977 年由他發表的一篇論文所證實，他證實了所有 *3 階幻方*均和一個在複平面上獨特的平行四邊形有所關聯。他更進一步地試圖把**幾何形式**作為變量放進原本只是放數字的*盧卡斯公式（Lucas formula)*中，這個出人意表的做法令他發明了**幾何幻方**這個概念，因此**傳統的數字幻方**被視為一種**一維的幾何幻方**（One-dimensional Geomagic Squares）。在數學界，這個發現已經引起了研究學者的注意，其中包括彼得·卡梅倫（Peter Cameron），他指出：「在*幾何幻方*中應該存在一種更深層的結構」。

本郵票是由一個*泛對角線*或稱為*納斯克(Nasik)的二維三階幻方*所構成。在*泛對角線幻方*中，除了*行*和*列*，所有六對*對角線*，包括其中四條*斷對角線（Broken Diagonals)*都具有相同的*幻和*。而幾何*幻方*的*幻和*則是指一個*目標形狀（Magic Target)*。在本郵票中，除了以上*泛對角線幻方*的性質，把*幻方*四角的其中三個形狀相加，均可製造出相同的*目標形狀*。值得我們注意的是，尋找這個*幻方*是一件十分困難而且虛無飄渺的事，因為在*數字幻方*中並不存在*3階泛對角線幻方*，這點可從本郵票中*幻方幾何形狀*中的不連續看出端倪。因此最終能夠找到如此一個*3階幾何泛對角線幻方*，的確是一件值得慶賀的大事情。

4. 參考書目

Andrews, W.S. – *Magic Squares & Cubes*, Dover Publ., 1960

Benson, W. & **Jacoby, O. –** *New Recreations with Magic Squares*, Dover Publ., 1976

Fults, John Lee – *Magic Squares*, Open Court Publ., 1974

Heinz, Harvey D. & **Hendricks, John R. –** *Magic Square Lexicon*, HDH, 2000

Hendricks, John R. – *The Magic Square Course*, Unpublished, 1991

Moran, Jim – *The Wonders of Magic Squares,* Vantage Books, 1982

Olivastro, Dominic – *Ancient Puzzles,* Bentam Books, 1993

Ollerenshaw, K & **Brée, D. –** *Most-Perfect Pandiagonal Magic Squares,* Cambridge Univ. Press, 1998

Pickover, Clifford A. – *The Zen of Magic Squares, Circles, and Stars,* Princeton Univ. Press, 2002

Sallows, Lee C.F. – *Geometric Magic Squares,* Dover Publ., 2013

Swetz, Frank J. – *Legacy of the Luo Shu*, Open Court Publ., 2002

構思及文章作者：羅庇士

協作人：李・薩羅斯（郵票（6/5)：李・薩羅斯 – 泛幻方 3×3)

資料搜集：劉蘭華、楊俊榮及蕭兆霞

科學與科技 - 幻方 二

前言: 《幻方》系列包含兩版，合共9枚郵票，首版已於2014年10月9日發行，這次發行餘下的3枚郵票，其面值分別為8、1和6圓澳門幣。

中國和西方文化對*幻方*均抱有很大的興趣，**澳門郵政**出版這套郵品，目標除推廣*幻方*背後所隱含的**科學原理及文化底蘊**外，更希望呈現集郵史上一個**獨特的作品**給大家。

由於**資料單張**的篇幅有限，本次發行的**小型張**、**小版張**、**首日封**、**郵票**及描述和定義*幻方*的術語之詳細說明，將會上載到以下的*澳門郵政***網站**：

- 《幻方 一》及《幻方 二》- **http://goo.gl/nRMMBd**。

小型張：馬跳的方法

根據*幻方*的**種類**及**階數**，我們可以使用數種不同的通用法則來建構*幻方*。包括：**La Loubère** 或 **Siamese**, **Bachet de Méziriac**, **Philippe de la Hire**, **John Lee Fults**, **Ralph Strachey**, **Knight's Tour**, **Dürer**等。

在這次出版的**小型張**中，我們使用了「**馬跳的方法**」或稱「**騎士巡遊**」（**Knight's Tour**）來建構**十六階**並**封閉**或**迴圈**的*幻方*。

這方法是根據西洋棋中*騎士的步法*，在**起始元素格**中，把數字*1*至*幻方*的**階數n的平方**（n^2）順序填入*元素格*中。

一旦整個**巡遊**（**Tour**）過程完成，凡是騎士可以從**最後元素格**中利用騎士的步法跳回**起始元素格**，我們稱為**封閉**或**迴圈**的*巡遊*，在此情況下，*起始元素格*可以是在任一元素格中。反之則稱為**開放**或**非迴圈**的*巡遊*。

有趣的是，通過利用*騎士巡遊*的方法在不同大小的*棋盤*上來創建*幻方*的研究，發現*騎士巡遊幻方*並不存在於$n \times n$且n為*奇數*的*棋盤*中，*騎士巡遊幻方*只存在於**4k×4k階數**，且**k>2**的*棋盤*中。

*小型張*中的*十六階封閉幻方*由**約瑟夫·瑪達其**（**Joseph S. Madachy**）在1979年首次刊登。

一如在*小型張中*所顯示，我們可以根據*騎士的步法*，把數字1至256順序填在棋盤的*元素格*中，以重新驗證這個*幻方*，其**幻和**為2056。

小版張

小版張的構想是根據郵票的面值（1至9圓澳門幣）作排列，使之剛好對應於「**洛書幻方**」中數字1到9的排列配置。

這次發行餘下的三枚郵票，**面值**分別為**8**、**1**和**6**圓澳門幣，是對應*前言*中「*洛書幻方*」的**下行**數字。

此外，在*小版張*的**邊緣**則填滿了由**大衛·哈波**（**David Harper**）提出的兩種*幻方***貼磚方案**，該方案是建基於**二進制**與**十進制**的關係。

首日封：楊輝連環圖

13世紀可說是中國數學史上最重要的黃金時期，大量有關數學的著作湧現，當中包括**秦九韶**在1247年所著的《**數書九章**》，**李冶**所著的《**測圓海鏡**》及約15年後**楊輝**完成的一系列數學著作。

楊輝（約1238 - 約1298），錢塘（今浙江杭州）人，宋朝（960 - 1279）末年的數學家，以其一套在1378年被集合出版、由7卷數學著作所組成的《**楊輝算法**》而著稱。

*楊輝*的數學研究範圍包括乘法、除法、根號計算、二次方程、數列、多邊形面積計算、*幻方*、*幻圓*、**二項式定理**及其最著名的「**楊輝三角形**」，後來，「*楊輝三角形*」在1653年由法國數學家**帕斯卡**（**Blaise Pascal**）再重新發現。

本次發行的*首日封*左下角展示了一個**楊輝連環圖**。該圖是由1至72，合共**72個數字**組成**9個環**，當中每**8個數字**圍成1*環*，而**相鄰**的*8個數字*再圍成**另外4環**。*72個數字之***和**為 **2628**，而**任一環***8個數字之***和**為 **292** 。

郵票（3/3）：因德爾·塔內加 – IXOHOXI 88

因德爾•塔內加（**Inder Taneja**）由1978至2012年間擔任巴西聖卡塔琳娜州大學數學系教授，在不同的國際期刊上發表了100餘篇研究論文。

IXOHOXI 幻方是一個特殊的*幻方*系列，因它不僅可以表現出一般*幻方*甚至是**泛對角線幻方**的特性，更包括一些其他特性，例如**對稱**、**旋轉**和**鏡像**等。

*IXOHOXI*這個字詞本身是一個**回文**及*鏡像對稱*，並以「H」作為*對稱*中心，且*幻方*使用**7段LED顯示器**的格式來顯示10個數字(0至9)，當中0、1、2、5和8即使經**180度旋轉**後仍保持相同。另外，建構這個**四階幻方**所使用的4個數字（**0**、**1**、**2**和**5**），恰巧和本版郵票出版的年份**2015**年相同。

由*因德爾·塔內加*創建並轉載於本郵票上的*IXOHOXI Universal 88 幻方*，在因應這5個數字的*對稱*性質下，這個*幻方*還具有以下特性：

*幻方*完成以下的轉換後仍為*幻方*：

- **旋轉180**度後；
- **更改***元素格*內**數字的順序**，例如由82改為28；
- 在**一面鏡中**、**水面**或**紙後**觀看*幻方*的*鏡像*；
- *四階幻方*的*幻和S*為**88**，這個數字也具有*對稱*性質。

郵票（3/1）：麥克林托克/奧利倫肖 – 最完美幻方

最完美幻方是**雙偶數階**的**泛對角線幻方**，並具有以下兩個附加特性：

- 在*幻方*中取任意的**二階**方陣（**2×2 元素格**），包含**卷繞**，其和均為**2（1+n²）**；
- 在沿**主對角線**或**斷對角線**中任意兩個分隔**n/2元素格**的數字均為**互補對**，其和為**1+n²**。

根據以上的特性，我們可以在本次發行的*八階最完美幻方*郵票中看到：

- $2(1+n^2) = 2(1+8^2) = 130$ 例：(59+38+7+26) = (48+33+18+31) = 130
- $(1+n^2) = (1+8^2) = 65$ 例：(1+64)=(34+31) = (25+40) = 65

所有*四階泛對角線幻方*均為*最完美幻方*。然而，隨著*n>4*，*泛對角線幻方*與*最完美幻方*的比例

隨著*n*增加而減少。

提及*最完美幻方*的歷史，不得不提到**凱瑟琳·奧利倫肖**（**Kathleen Timpson Ollerenshaw**）這位數學家。她在1982年與**赫爾·曼邦迪**（**Hermann Bondi**）共同研發了一個**數學分析結構**，可用來驗證合共有**880**個**不同***四階幻方*的理論。其後她在**麥克林托克**（**Emory McClintock**）於1897年出版的研究基礎上對*泛對角線幻方*作出研究，並在1986年發表論文，指出利用*對稱性*可以證明合共有**368640**種*不同的八階最完美幻方。*

隨著進一步的研究，最後她更發現了如何去建構並計數所有*階數*為**四的倍數**的*最完美幻方*。

在1998年，與協助她整理研究筆記及校對的**大衛·布雷**（**David Brée**）共同出版書籍《**Most-Perfect Pandiagonal Magic Squares: Their Construction and Enumeration**》。

郵票（3/2）：大衛·科里森 - 拼布幻方

大衛·科里森(David M. Collison, 1937-1991）出生於英國，居於美國加利福尼亞州的安那罕。在*幻方*及**幻方體**領域有著豐富的研究成果，更透過把不同的**形狀廣義化**而創建出**拼布幻方**。

*拼布幻方*是一種**內嵌幻方** - 指一個*幻方*內含了其他*幻方或***特別的幻形**。最常見的*內嵌形狀*為**矩形**，但也可以找到**鑽石型**、**十字型**、**手肘型**和**L形**。

這些*幻形在*每個**方向**上的*幻和*須和*元素格*的數目成正比。本郵票的**十四階拼布幻方**具有下列特性：

- 在四個**象限**中內含4個**四階幻方**，*4×4*；在**中心**內含1個**十字**，*6×6*；在**每邊的中間**合共有4個**T形**，*6×4*；在**四角**有4個**手肘形狀**，*4×4*。
- 所有*形狀*的*幻和*均是與*行*、*列*或*對角線*的*元素*數目成正比的**常數**：$\mathbf{S_2=197}$；$\mathbf{S_4=394}$；$\mathbf{S_6=591}$；$\mathbf{S_{14}=1379}$。

參考書目

請瀏覽上述的*澳門郵政*網站。

構思及文章作者：羅庇士
協作人：因德爾•塔內加 (郵票（3/3）：因德爾•塔內加–IXOHOXI 88)
資料搜集：劉蘭華、楊俊榮